

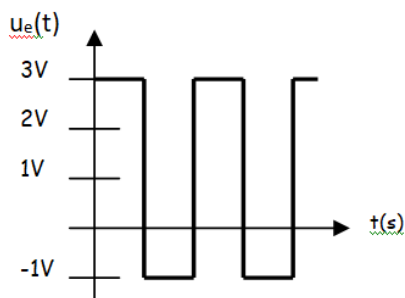
PCPI – 2 TS CIRA BTS CIRA Contrôle Industriel et Régulation Automatique	Chapitre 10 SIGNAUX ET ANALYSE SPECTRALE	ELECTRICITE
FICHE EXERCICES		

CORRECTION

EXERCICE 1 : AI-JE BIEN COMPRIS ????

1) DECOMPOSITION D'UN SIGNAL

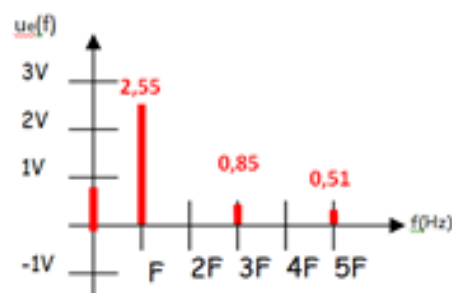
On applique ce signal $u_e(t)$ à l'entrée d'un filtre idéal :



La décomposition en série de Fourier de ce signal $u_e(t)$ est :

$$u_e(t) = 1 + 2,55 \sin(2\pi F t) + 0,85 \sin(2\pi 3F t) + 0,51 \sin(2\pi 5F t) + \dots$$

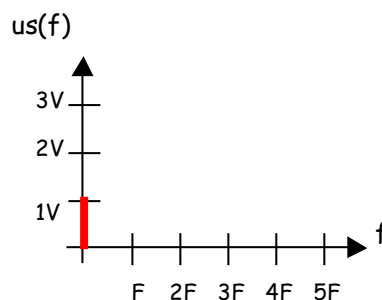
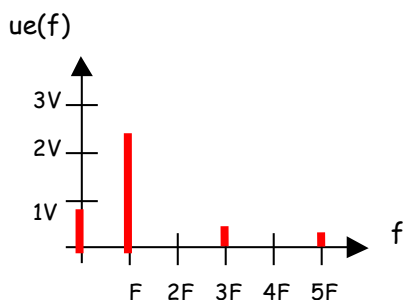
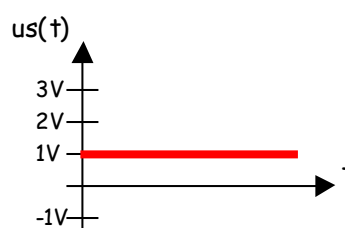
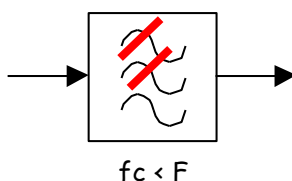
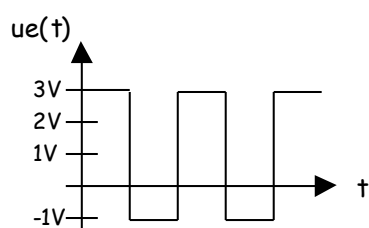
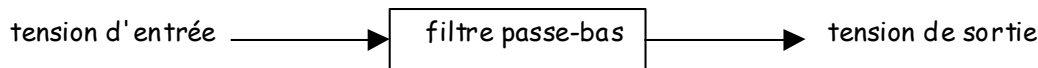
Donner la représentation fréquentielle de ce signal



2) FILTRE PASSE-BAS

Cette tension d'entrée attaque un filtre passe bas dont la fréquence de coupure est plus petite que F

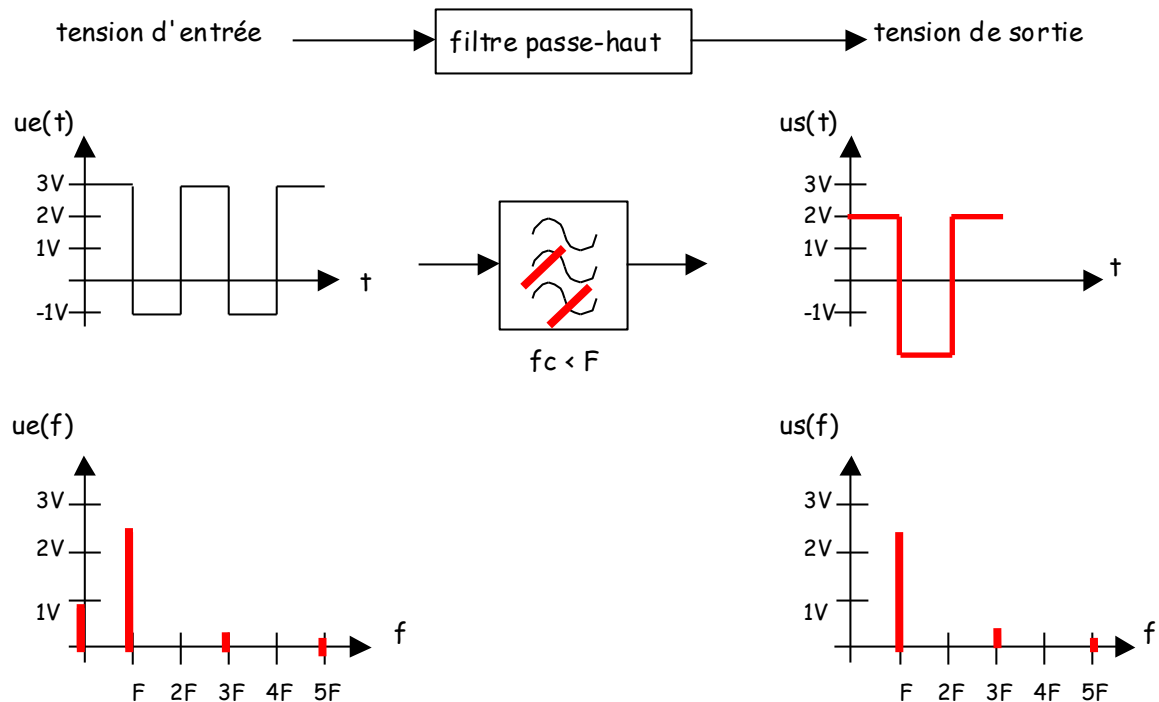
- Donner** la représentation temporelle de la tension de sortie
- Donner** la représentation fréquentielle du signal d'entrée et de sortie
- Compléter** le symbole choisi pour un filtre passe bas



3) FILTRE PASSE-HAUT

Cette tension d'entrée attaque un filtre passe haut dont la fréquence de coupure est plus petite que F

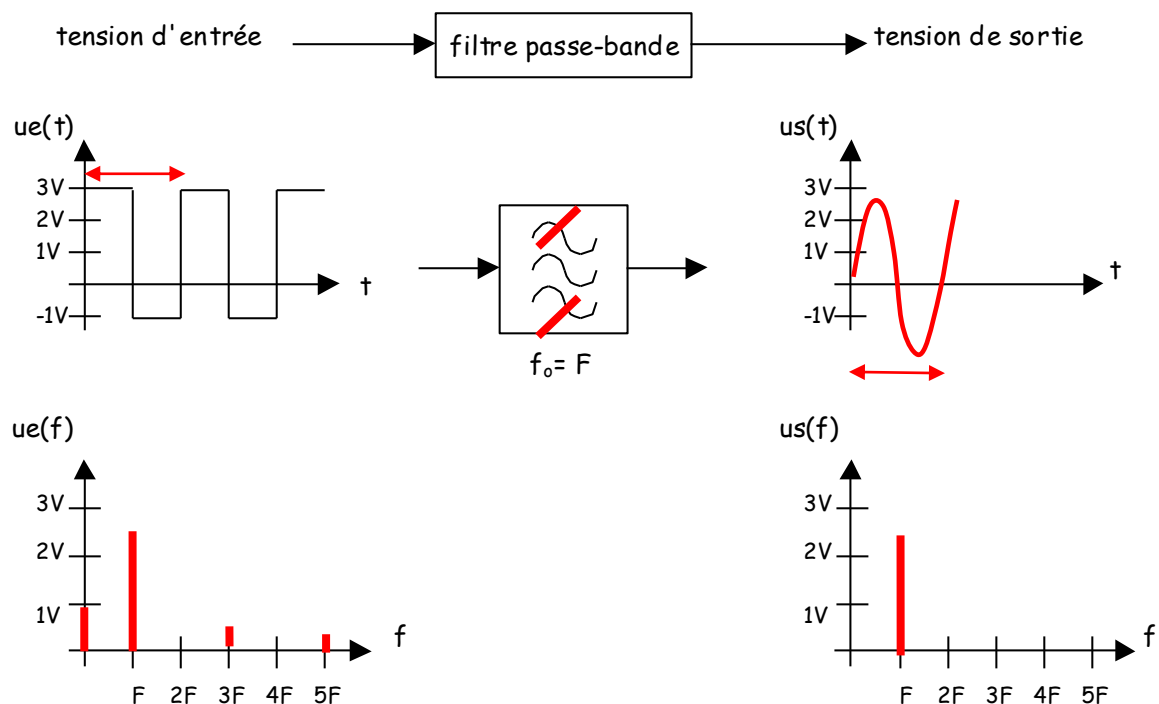
- Donner** la représentation temporelle de la tension de sortie
- Donner** la représentation fréquentielle du signal d'entrée et de sortie
- Compléter** le symbole choisi pour un filtre passe haut



4) FILTRE PASSE-BANDE (cas d'un filtre sélectif)

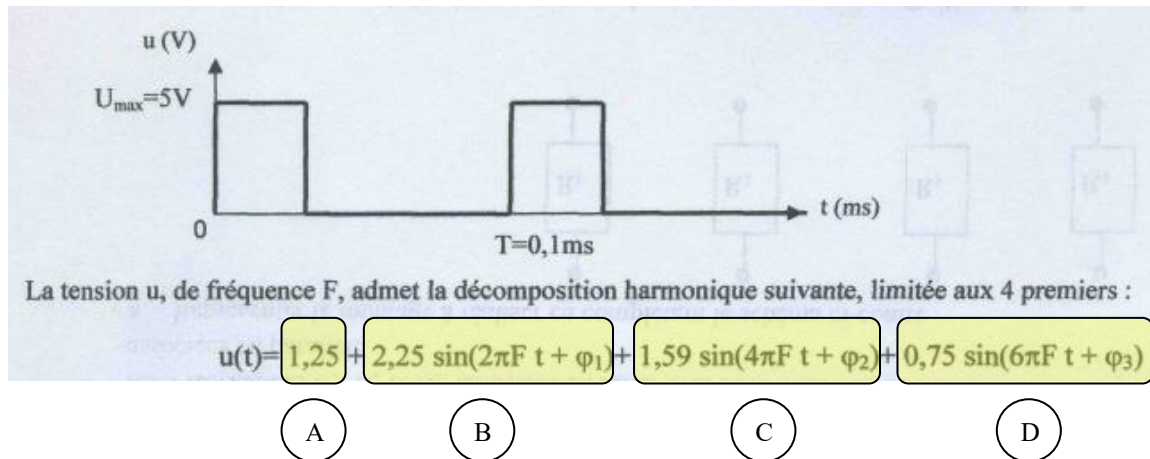
Cette tension d'entrée attaque un filtre passe bande qui permet de laisser passer que

- Donner** la représentation temporelle de la tension de sortie
- Donner** la représentation fréquentielle du signal d'entrée et de sortie
- Compléter** le symbole choisi pour un filtre passe bande



Exercice 2

La tension $u(t)$ de fréquence F admet la décomposition en série de Fourier suivante limitée aux 4 premiers rangs :



1) **Légender** chaque élément de la décomposition en série de Fourier de la tension $u(t)$.

A = **valeur moyenne = composante continue**

B = **le fondamental**

C = **harmonique**

D = **harmonique**

2) Si on souhaite mesurer la grandeur A de la décomposition avec un voltmètre numérique, **indiquer** le mode de réglage à effectuer (AC, AC+DC, DC) : **DC**

3) **Exprimer** et **calculer** la fréquence notée F de la tension $u(t)$

$$F = 1 / T = 1 / (0,1 \times 10^{-3}) = 10\,000 \text{ Hz}$$

4) En **déduire** la fréquence du fondamental

Le fondamental a la même fréquence que la tension $u(t)$ c'est-à-dire 10 000 Hz

5) **Représenter** sur le document ci-dessous l'allure du spectre en amplitude de $u(t)$ pour des fréquences comprises entre 0 et 30 kHz et **compléter** toutes les valeurs et grandeurs manquantes :

On sait que :

A = **valeur moyenne**

- Amplitude : **1,25 V**
- Fréquence : **0 Hz**

B = **le fondamental**

- Amplitude : **2,25 V**
- Fréquence : **10 000 Hz**

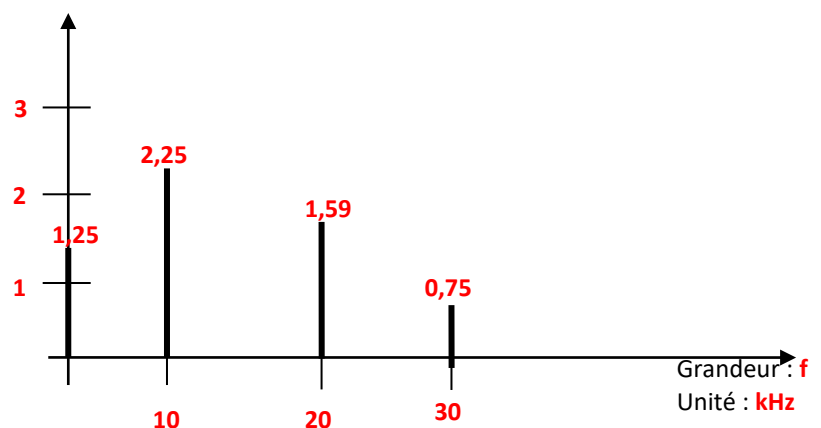
C = **harmonique**

- Amplitude : **1,59 V**
- Fréquence : **20 000 Hz**

D = **harmonique**

- Amplitude : **0,75 V**
- Fréquence : **30 000 Hz**

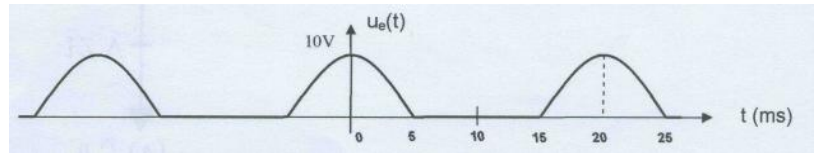
Grandeur : **$U_{\max}$**
Unité : **V**



Exercice 3

On étudie le signal redressé simple alternance ci-dessous :

On donne la décomposition en série de Fourier de ce signal jusqu'à l'harmonique de rang 6 :



$$u_e(t) = 3,18 + 5,0 \cdot \cos(\omega t) + 2,12 \cdot \cos(2\omega t) - 0,42 \cdot \cos(4\omega t) + 0,18 \cdot \cos(6\omega t)$$

- 1) **Calculer** la fréquence f du fondamental de la tension $u_e(t)$. **Justifier** la réponse.

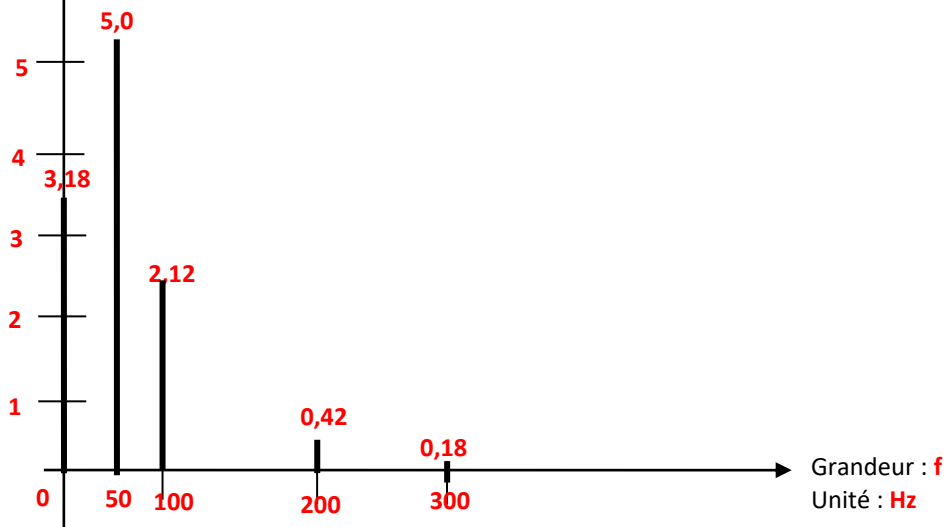
$$T = 20\text{ms}$$

$$f = 1/T = 1/(20 \times 10^{-3}) = 50 \text{ Hz}$$

Le fondamental a la même fréquence que $u_e(t)$ donc 50 Hz

- 2) **Tracer** le spectre en amplitude (en valeur absolue) du signal $u_e(t)$.

Grandeur : $U_{\max}$
Unité : V



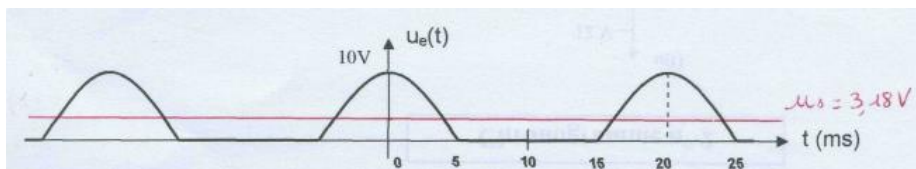
- 3) On admet que le module de la fonction de transfert du filtre est égal à 1 dans la bande passante, cela signifie que l'amplitude de la tension de sortie $u_s(t)$ est égale à l'amplitude de la tension d'entrée $u_e(t)$.

Cas 1 : On applique $u_e(t)$ à l'entrée d'un filtre de bande passante $[0 ; 30 \text{ Hz}]$.

- a) Quelles est (sont) la (les) composante(s) de la tension $u_e(t)$ qui ne sont pas filtrées ?

A $f = 30 \text{ Hz}$, seule la composante continue avec une amplitude de 3,18 V passe au travers de ce filtre.

- b) **Représenter** la tension $u_s(t)$ obtenue en sortie du filtre.

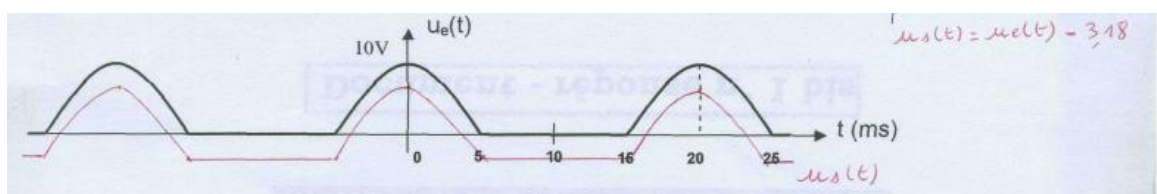


Cas 2 : On applique $u_e(t)$ à l'entrée d'un filtre de bande passante $[30 \text{ Hz} ; +\infty]$.

- c) Quelles est (sont) la (les) composante(s) de la tension $u_e(t)$ qui ne sont pas filtrées ?

Au-delà de $f = 30 \text{ Hz}$, toutes les composantes du signal passent au travers de ce filtre sauf la composante continue avec une amplitude de 3,18V

- d) **Représenter** la tension $u_s(t)$ obtenue en sortie du filtre.



Exercice 4

La décomposition en série de Fourier d'une tension issue d'un onduleur est la suivante :

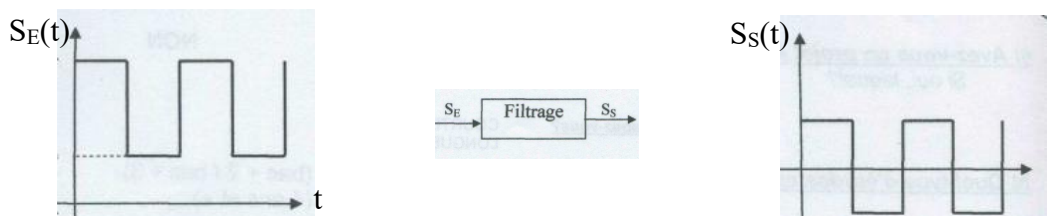
$$V_{AN}(t) = \frac{2U_C}{\pi} \left[\sin(\omega t) + \frac{1}{5} \sin(5\omega t) + \frac{1}{7} \sin(7\omega t) + \frac{1}{11} \sin(11\omega t) + \dots \right] \quad \text{avec } U_C = 750\text{V et } f = 88\text{ Hz}$$

- 1) **Donner** la valeur moyenne $\langle V_{AN}(t) \rangle$ de la tension $V_{AN}(t)$. **Justifier.**
 $\langle V_{AN}(t) \rangle = 0\text{ V}$ car c'est une tension sinusoïdale.
- 2) **Donner** l'expression du fondamental $v_{1(t)}$ de la tension $V_{AN}(t)$.
 $v_{1(t)} = 2.U_C / \pi \cdot \sin(\omega t)$
- 3) Quelle est l'amplitude de l'harmonique de rang 11
 $V_{11\max} = 2.U_C / (11 \pi) = 2 \times 750 / (11\pi) = 43,4\text{ V}$
- 4) Quelle est la valeur efficace de l'harmonique de rang 5 ?
 $V_{5\max} = 2.U_C / (5 \pi) = 2 \times 750 / (5\pi) = 95,4\text{ V}$
 $V_{5\text{eff}} = V_{5\max} / \sqrt{2} = 2.U_C / (5 \pi) / \sqrt{2} = 67,5\text{ V}$
- 5) Quelle est la valeur moyenne de l'harmonique de rang 7. **Justifier.**
 $\langle V_7 \rangle = 0\text{ V}$ car c'est une fonction sinusoïdale

Exercice 5

Un filtre électronique permet de s'affranchir de certaines fréquences entre le signal d'entrée noté $S_E(t)$ et celui de sortie noté $S_S(t)$.

Les chronogrammes des signaux d'entrée $S_E(t)$ et de sortie $S_S(t)$ du filtre sont représentés ci-dessous.



Le signal d'entrée $S_E(t)$ a une fréquence de $f = 5\text{ kHz}$.

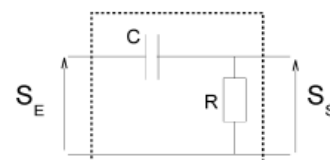
- 1) **Schématiser** le montage du circuit à réaliser (choix du filtre passe haut ou passe bas à justifier)

Etape 1 : observer les chronogrammes et déterminer ce qui a été retiré :

il n'y a plus la composante continue sur $S_S(t)$

Etape 2 : analyser ce qui a été filtré : une composante continue a une fréquence nulle, qu'il faut filtrer

Etape 3 : choisir le type de filtre : la composante à filtrer a une fréquence inférieure à celle de $S_E(t)$ donc il faut réaliser un filtre passe haut.

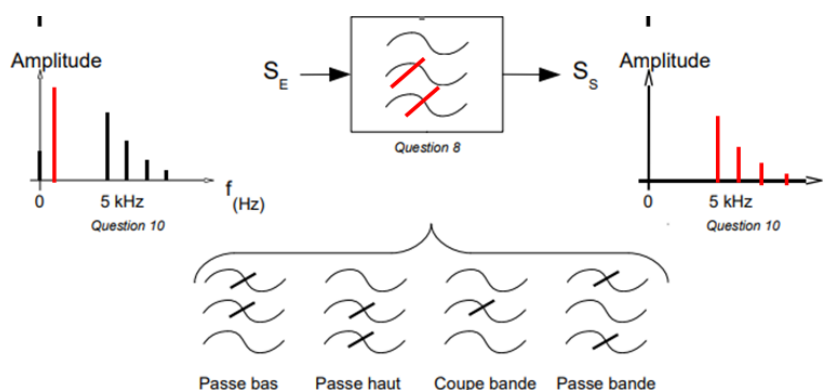


- 2) **Déterminer** la valeur de la résistance R du montage à réaliser sachant que $C = 100\text{ nF}$ et permettant d'avoir une fréquence de coupure $f_c = 1000\text{ Hz}$.

on sait que la fréquence de coupure est $f_c = 1 / (2\pi RC) = 1000\text{ Hz}$ et que $f_c = 1 / (2\pi RC)$

on en déduit que $R = 1 / (2\pi \cdot C \cdot f_c) = 1 / (2\pi \times 100 \cdot 10^{-9} \times 1000) = 1592\ \Omega$

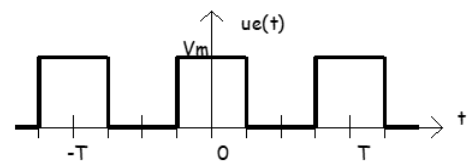
- 3) Sur le document ci-contre
 - a) **placer** la fréquence f_c sur le spectre du signal d'entrée
 - b) **représenter** l'allure du spectre du signal de sortie
 - c) **compléter** dans le bloc le schéma correspondant au bon filtre.



Exercice 6

Soit la tension $ue(t)$ représentée ci-contre :

L'expression de $ue(t)$ jusqu'à l'harmonique de rang 7 est la suivante :



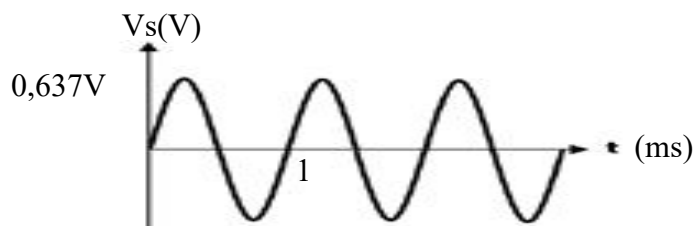
$$ue(t) = 0,5 V_m + 0,637 V_m \sin(\omega t) - 0,212 V_m \sin(3\omega t) + 0,127 V_m \sin(5\omega t) - 0,091 V_m \sin(7\omega t)$$

- 1) Quelle est la valeur moyenne de la tension $ue(t)$? **0,5. Vm**
- 2) Quelle est l'amplitude du fondamental de la tension $ue(t)$? **0,637V**

Dans la suite du problème, on considère que le signal $ue(t)$ a une fréquence de $f = 1 \text{ kHz}$ et que $V_m = 1 \text{ V}$.

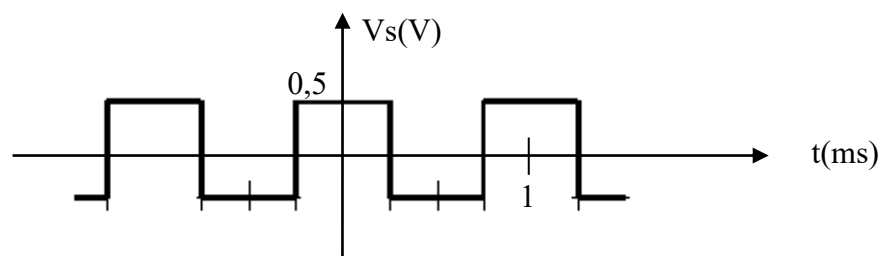
- 3) Filtre idéal ($T = 1$ dans la bande passante, cela signifie que $ue = us$)
- a) On applique ce signal à l'entrée d'un filtre **pas-se-bande** idéal de bande-passante **[500 Hz ; 1800 Hz]**. **Représenter** le signal de sortie en donnant toutes les explications utiles au travers du tableau ci-dessous **à compléter**.

	Décomposition en série de Fourier	Nom	Fréquence (Hz)	Passe / passe pas
$ue(t) =$	0,5Vm	Valeur moyenne Composante continue	0	Ne passe pas
	+ 0,637 Vm sin(ωt)	Fondamental	1000	Passe
	- 0,212 Vm sin(3 ωt)	Harmonique rang 3	3000	Ne passe pas
	+ 0,127 Vm sin(5 ωt)	Harmonique rang 5	5000	Ne passe pas
	- 0,091 Vm sin(7 ωt)	Harmonique rang 7	7000	Ne passe pas



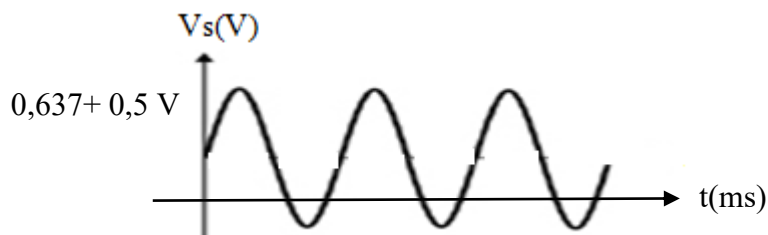
- b) On applique ce signal à l'entrée d'un filtre **pas-se-haut** idéal de fréquence de coupure **$f_c = 500 \text{ Hz}$** . **Représenter** le signal de sortie en donnant toutes les explications utiles au travers du tableau ci-dessous **à compléter**.

	Décomposition en série de Fourier	Nom	Fréquence (Hz)	Passe / passe pas
$ue(t) =$	0,5Vm	Valeur moyenne Composante continue	0	Ne passe pas
	+ 0,637 Vm sin(ωt)	Fondamental	1000	Passe
	- 0,212 Vm sin(3 ωt)	Harmonique rang 3	3000	Passe
	+ 0,127 Vm sin(5 ωt)	Harmonique rang 5	5000	Passe
	- 0,091 Vm sin(7 ωt)	Harmonique rang 7	7000	Passe



- c) On applique ce signal à l'entrée d'un filtre **passé-bas** idéal de fréquence de coupure **$f_c = 1500$ Hz**.
Representer le signal de sortie en donnant toutes les explications utiles au travers du tableau ci-dessous à **compléter**.

	Décomposition en série de Fourier	Nom	Fréquence(Hz)	Passé / passé pas
$u_e(t) =$	0,5Vm	Valeur moyenne Composante continue	0	Passé
	+ 0,637 V _m sin(ωt)	Fondamental	1000	Passé
	- 0,212 V _m sin(3 ωt)	Harmonique rang 3	3000	Passé pas
	+ 0,127 V _m sin(5 ωt)	Harmonique rang 5	5000	Passé pas
	- 0,091 V _m sin(7 ωt)	Harmonique rang 7	7000	Passé pas



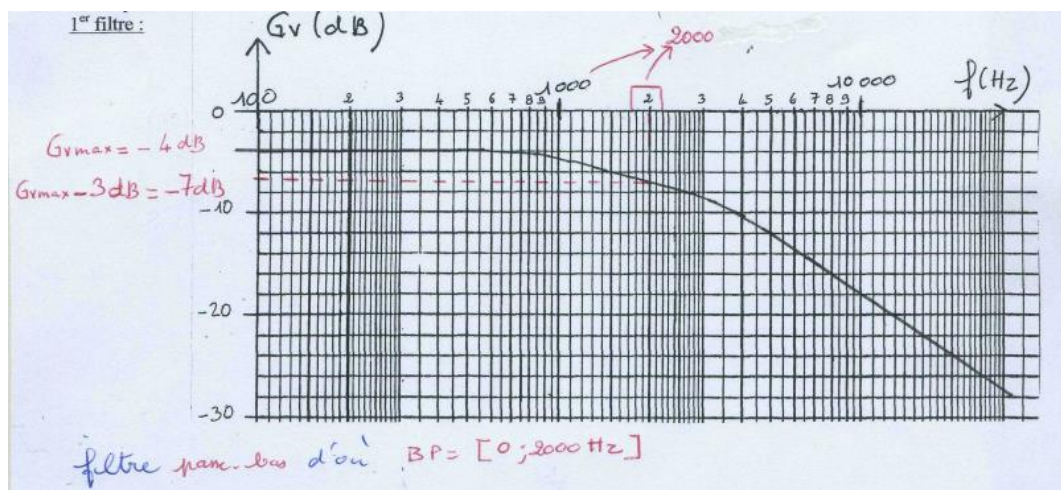
Exercice 7

Déterminer pour chaque filtre

- le type de filtre
- la valeur de $G_{\max}$ ou $T_{\max}$
- la valeur de G ou T à la fréquence de coupure
- la (les) valeur(s) de la fréquence de coupure f_c
- la bande passante

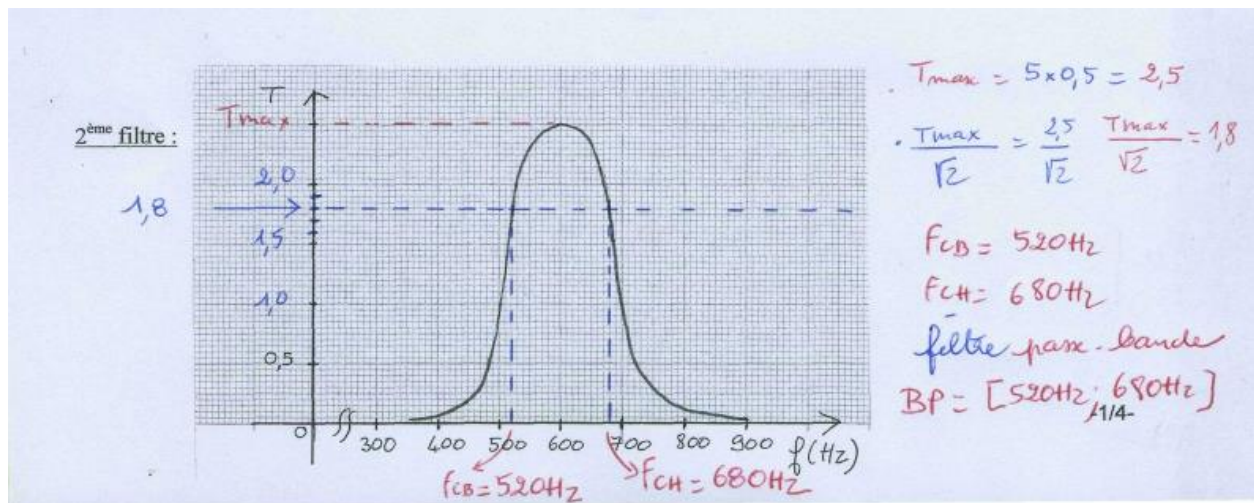
Justifier en faisant apparaître les traits permettant de délimiter la bande passante

Filtre 1



- le type de filtre : **passé bas**
- la valeur de $G_{\max} = -4$ dB
- la valeur de G à la fréquence de coupure **$G = G_{\max} - 3 = -7$ dB**
- la valeur de la fréquence de coupure **$f_c = 2000$ Hz**
- la bande passante **$[0 ; 2000$ Hz]**

Filtre 2



- le type de filtre : **passe bande**
- la valeur de $T_{max} = 2,5$
- la valeur de T à la fréquence de coupure $T = T_{max} / \sqrt{2} = 2,5 / \sqrt{2} = 1,8$
- la valeur de la fréquence de coupure $f_{CB} = 520 \text{ Hz}$ et $f_{CH} = 680 \text{ Hz}$
- la bande passante **[520 ; 680 Hz]**

Exercice 8 BILAN

Dans une chaîne de mesure industrielle, un capteur délivre une tension périodique correspondant à une grandeur physique mesurée.

Le problème c'est que le signal délivré n'est pas parfaitement sinusoïdal : il contient des harmoniques.

PARTIE A : Caractérisation du signal

La tension délivrée par le capteur est $u(t)_{\text{capteur}} = 2,00 + 3,00 \times \sin(2\pi 500 t - \pi/2)$

Q1- **Déterminer** la valeur moyenne du signal $\langle u(t)_{\text{capteur}} \rangle = 2V$

Q2- **Identifier** la **composante continue** et la **composante alternative** de ce signal

$$u(t)_{\text{capteur}} = 2,00 + 3,00 \times \sin(2\pi 500 t)$$

Q3- **Donner**

- la valeur efficace de la composante sinusoïdale $U_{\text{eff}} = 3 / \sqrt{2} = 2,12 \text{ V}$
- la fréquence $f = 500 \text{ Hz}$
- la période $T = 1 / 500 = 0,002 \text{ s} = 2 \text{ ms}$
- la pulsation $2\pi \times 500 \text{ rad/s} = 3142 \text{ rad/s}$

Q4- **Ecrire** l'expression de ce signal sous forme complexe $2,12 \times e^{-j\pi/2}$

PARTIE B : décomposition en série de Fourier

Le signal délivré n'est pas parfaitement sinusoïdal.

Une analyse spectrale donne le tableau ci-contre

On néglige les harmoniques d'ordre supérieur à 7

Fréquence (Hz).	Amplitude efficace (V)
0	2,00
500	2,12
1500	0,30
2500	0,15
3500	0,08

Q6- **Donner** la fréquence du fondamental. **500Hz**

Q7- Quelles sont les harmoniques présentes **3-5-7**

Q8- Pourquoi peut on représenter ce signal en série de Fourier ? **car le signal est périodique**

PARTIE C : Taux de distorsion harmonique



On rappelle la définition du taux de distorsion harmonique TDH

Le **taux de distorsion harmonique** (ou **THD**, pour *Total Harmonic Distortion*) est un indicateur qui mesure la déformation d'un signal par rapport à une onde sinusoïdale parfaite

Il se calcule :

$$THD_U = \frac{\sqrt{U_3^2 + U_5^2 + U_7^2 + \dots + U_n^2}}{U_1} \cdot 100 (\%)$$

Avec

U_1 la valeur efficace du fondamental

$U_3 U_5 U_7$ les valeurs efficaces des harmoniques

Le constructeur exige un TDH < 4%

Q9- **Calculer** le TDH du signal et **conclure**

$$\begin{aligned} TDH &= \sqrt{(0,30^2 + 0,15^2 + 0,08^2)} / 2,12 \\ &= 0,16 \\ &= 16\% \end{aligned}$$

Conclusion :

la valeur calculée de TDH est supérieure à la limite spécifiée, le capteur ne permet de transmettre une information correcte.

Q10- un deuxième signal est délivré, peut-il être exploité ? **Justifier** par des calculs

Fréquence (Hz).	Amplitude efficace (V)
0	2,50
500	3,5
1500	0,10
2500	0,05
3500	0,02

$$\begin{aligned} TDH &= \sqrt{(0,10^2 + 0,05^2 + 0,02^2)} / 3,5 \\ &= 0,03 \\ &= 3\% \end{aligned}$$

Conclusion :

la valeur calculée de TDH est inférieure à la limite spécifiée, le capteur permet de transmettre une information correcte.